



Universidad Simón Bolívar  
Departamento de Matemáticas  
Puras y Aplicadas  
Septiembre-Diciembre 2021

Nombre: \_\_\_\_\_

Carné: \_\_\_\_\_ Sección: \_\_\_\_\_

*Duración: 1 hora 50 minutos*

### 3er. Parcial de Matemáticas I, modalidad “Sólo evaluaciones”

1. [Total: 6 puntos] (a) [3 puntos] Demuestre que si  $f(x) = \arctan\left(\frac{x^2 + a}{x^2 - a}\right)$  entonces  $f'(x) = \frac{-2ax}{x^4 + a^2}$ .
- (b) [3 puntos] Calcule la derivada de la función  $f(x) = \sqrt{1 - x^2} \cdot \tan^3\left(\sin(\sqrt{x}) - \frac{1}{x}\right)$ .

2. [5 puntos] Las curvas de ecuación  $2x^2 + 3y^2 = 21$  y  $y^2 = \frac{x^3}{27}$  se intersectan en el punto  $A(3, -1)$ . Demuestre que las curvas se intersectan perpendicularmente.

3. [5 puntos] Calcule  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8}{x} \left( \frac{\cos(x)}{\sin(x)} - \frac{1}{x} \right)$ .

4. [7 puntos] Halle, de entre todos los triángulos isósceles de perímetro 20, aquel (o aquellos) de área máxima.

5. [Total: 12 puntos] Sea  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} + 1 & \text{si } x < 0 \\ \frac{3}{4-x^2} & \text{si } 0 < x < 2. \end{cases}$

Realice el estudio de la función  $f$  que contemple:

- (a) [1 punto] Dominio.  
(b) [3 puntos] Asíntotas.  
(c) [2 puntos] Intervalos de crecimiento e intervalos de decrecimiento.  
(d) [1 punto] Máximos y mínimos locales y absolutos.  
(e) [2 puntos] Intervalos de concavidad y puntos de inflexión.  
(f) [3 puntos] Gráfica de la función.

**¡Justifique todas sus respuestas!**